ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837	ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ Εξετάσεις: Φεβρουαρίου 2022 – Μάθημα: Στατιστική ΙΙ

Θέμα 1ο

(i) (2 Μονάδες) Ο ακόλουθος πίνακας περιέχει τους χρόνους έγκρισης ενός στεγαστικού δανείου (σε ημέρες) σε δύο υποκαταστήματα μιας τράπεζας. Ενδιαφέρεστε να αποφασίσετε αν υπάρχει διαφορά στους μέσους χρόνους έγκρισης μεταξύ των δύο υποκαταστημάτων. Τι μέθοδο θα εφαρμόσετε και τι υποθέσεις θα κάνετε, ούτως ώστε να ισχύουν τα αποτελέσματα της ανάλυσης; Ποιο είναι το συμπέρασμά σας; Υπάρχει ή όχι διαφορά;

Υποκατάστημα Α	75	76	75	77	73	75	74	$\sum_{i=1}^{7} x_{Ai}^2 = 39385$,
Υποκατάστημα Β	73	74	74	72	72			$\sum_{i=1}^{5} x_{Bi}^2 = 26649$

(ii) (2 Μονάδες) Η βαθμολογία στο μάθημα της Στατιστικής ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 75 και διακύμανση 64. (α) Ποια είναι η πιθανότητα να «κοπεί» ένας φοιτητής στο μάθημα (δηλαδή να πάρει βαθμό ≤49); (β) ποια είναι η πιθανότητα να περάσει με βαθμό μεγαλύτερο του 80;

(iii) (1 Μονάδα) Τοποθετείστε σε αύξουσα σειρά (από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο) τα εκατοστημόρια: $\chi^2_{27,\ 0{,}56}$, $t_{27,\ 0{,}56}$, $z_{0{,}56}$. Δικαιολογήσατε την απάντησή σας.

Θέμα 2ο

(i) (2 Μονάδες) Έστω X τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο [0,θ]. Έστω και x μια τυχαία τιμή της X, βάσει της οποίας διενεργείται ο έλεγχος H_0: θ=2 έναντι της H_1: θ≠2, απορρίπτοντας την H_0 αν x≤0,1 ή x≥1,9. Υπολογίστε την πιθανότητα σφάλματος τύπου Ι και την ισχύ του ελέγχου όταν θ=2,5.

(ii) (3 Μονάδες) Ένας ερευνητής έχει συλλέξει στοιχεία κερδοφορίας (σε εκατομμύρια €) επιχειρήσεων ανά κλάδο δραστηριότητας και μέγεθος. Επιθυμεί να εξετάσει αν ο κλάδος ή/και το μέγεθος επηρεάζουν την κερδοφορία. Ζητά τη βοήθειά σας και σας δίνει τον παρακάτω πίνακα με τα στοιχεία που συνέλεξε. Αναλύστε τα με την κατάλληλη στατιστική μέθοδο και απαντήστε του αν μία από τις δύο μεταβλητές (ή και οι δύο) επηρεάζουν την κερδοφορία. Δίδεται: $\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{3} x_{ij}^2$ =16.890.000.

	Μικρές	Μεσαίες	Μεγάλες	$T_{i.}$	$T_{i.}^2$
Πρωτογενής (αγροτικός)	100	100	500	700	490.000
Μεταποίηση	150	200	550	900	810.000
Υπηρεσίες (πλην ITC)	350	1000	2050	3.400	11.560.000
ITC (υψηλή τεχνολογία)	700	1200	3000	4.900	24.010.000
$T_{.j}$	1.300	2.500	6.100	$T_{..}$ =9.900	$T_{..}^2$ =98.010.000
$T_{.j}^2$	1.690.000	6.250.000	37.210.000		

(i) (2 Μονάδες) Έστω η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$. Να υπολογισθεί η εκτιμήτρια της παραμέτρου μ με την μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας και να εξεταστεί η αμεροληψία της.

(ii) (3 Μονάδες) Πρόσφατα, ερευνητικές προσπάθειες έχουν επικεντρωθεί στο πρόβλημα της πρόβλεψης του μεριδίου αγοράς ενός κατασκευαστή, συναρτήσει της ποιότητας των προϊόντων του. Έστω ότι είναι διαθέσιμες μετρήσεις που αφορούν στο μερίδιο αγοράς, ως ποσοστό (Y), και στην ποιότητα 12 προϊόντων βαθμολογημένη σε μια κλίμακα από 0 έως 100, που καθορίζεται από μια αντικειμενική διαδικασία αξιολόγησης (X):

X:	27	39	73	66	34	43	47	55	60	68	70	75	$\sum_{i=1}^{12} X_i = 657$	$\sum_{i=1}^{12} X_i^2 = 38923$	$\sum_{i=1}^{12} X_iY_i = 5132$
Y:	2	3	9	8	4	6	5	8	7	9	10	13	$\sum_{i=1}^{12} Y_i = 84$	$\sum_{i=1}^{12} Y_i^2 = 698$	

Να επαληθεύσετε ότι υπάρχει σχέση μεταξύ ποιότητας και μεριδίου αγοράς με την κατάλληλη στατιστική μέθοδο και α=0,05 και να προβλέψετε το μερίδιο της αγοράς που κατέχουν 39 προϊόντα που έχουν όλα τον ίδιο βαθμό ποιότητας ίσο με 59.

Δίδονται: G(0,625) = 0,734, G(1,28) = 0,8997, G(1.6449)=0.95, G(1,96)=0,975, G(3,25)=0,9994, $t_{8,\ 0{,}025}$ =2,306, $t_{10,\ 0{,}05}$ = 1,812, $t_{11,\ 0{,}025}$=2,201, $t_{10,\ 0{,}025}$=2,228, $f_{6,4,\ 0{,}025}$=9,197, $f_{4,12,\ 0{,}05}$=3,26, $f_{3,6,\ 0{,}05}$=4,757, $f_{2,6,\ 0{,}05}$=5,143 και $f_{3,8,\ 0{,}05}$=4,066.

ΓΡΑΨΕΤΕ ΔΥΟ ΑΠΟ ΤΑ ΤΡΙΑ ΘΕΜΑΤΑ. Μπορείτε να φύγετε σε μισή ώρα (χωρίς τα θέματα). Να παραδώσετε τα θέματα με το γραπτό. Όπου χρειάζεται το επίπεδο σημαντικότητας α, και δεν δίδεται, θεωρείστε ότι α=0,05.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Θέμα 1° (5 Μονάδες) Έστω X τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί εκθετική κατανομή με παράμετρο θ, δηλαδή έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την: $f(x) = \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}$. Να βρείτε εκτιμήτρια του θ με τη μέθοδο της μεγίστης πιθανοφάνειας και να αποδείξετε ότι είναι αμερόληπτη και συνεπής.

Θέμα 2° (5 Μονάδες) Το τμήμα έρευνας και ανάπτυξης (Ε&Α) μιας εταιρείας παραγωγής ανεμογεννητριών μελετά ένα νέο τύπο ανεμογεννήτριας. Οι γνωστές ανεμογεννήτριες έχουν μέση απόδοση μέχρι 60%. Η εταιρεία θα δώσει το πράσινο φως για την ανάπτυξη του νέου τύπου αν είναι καλύτερος (έχει μεγαλύτερη μέση απόδοση) από τις γνωστές ανεμογεννήτριες. Το τμήμα Ε&Α προχωρά σε μελέτη απόδοσης χρησιμοποιώντας 25 πρωτότυπες ανεμογεννήτριες νέου τύπου, και βρίσκει (δειγματική) απόδοση $\bar{X} = 62$ με (δειγματική) διακύμανση $S^2 = 25$. Με βάση τα αποτελέσματα της μελέτης, τι θα συμβουλεύατε την εταιρεία, να δώσει το πράσινο φως ή όχι; Τι υποθέσεις κάνατε; Δικαιολογήσατε στατιστικώς την απάντησή σας.

Θέμα 3° (5 Μονάδες) Σε μια μελέτη της επίδρασης του όζοντος στο βάρος ινδικών χοιριδίων σε ανάπτυξη, 23 ινδικά χοιρίδια τοποθετήθηκαν (τυχαία) σε περιβάλλον ελεύθερο όζοντος και άλλα 22 σε περιβάλλον πλούσιο σε όζον. Μετά από μια εβδομάδα μετρήθηκε η μεταβολή του βάρους τους και συνελέγησαν τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Περιβάλλον															
ελεύθερο όζοντος								πλούσιο σε όζον							
41	38,4	24,4	15,4	27,4	−16,9	19,2	17,4	10,1	6,1	20,4	39,9	54,6	12,1	−12,9	44,1
25,9	21,9	18,3	22,4	17,7	21,8	26	26	7,3	14,3	15,5	−14,7	−9,0	15,7	14	
13,1	27,3	28,5	29,4	21,4	26,6	22,7		−9,9	6,8	28,2	−9,0	6,6	17,9	−15,9	

Πως θα μετρήσετε την επίδραση του όζοντος; Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε; Τι υποθέσεις κάνατε και πως τ ελέγξατε; Δίδονται: $\sum_{i=1}^{23} X_i = 515,3$, $\sum_{i=1}^{22} Y_i = 242,2$, $\sum_{i=1}^{23} X_i^2 = 14097,77$; και $\sum_{i=1}^{22} Y_i^2 = 10261,06$

Θέμα 4° (5 Μονάδες) Πέντε δοκιμαστές κρασιών δοκίμασαν και βαθμολόγησαν (με άριστα το 100) τέσσερι ποικιλίες κρασιών. Συμφωνούν οι δοκιμαστές στην βαθμολόγηση των κρασιών (λαμβάνοντας υπ' όψιν τη ποικιλία);. Οι βαθμολογίες τους δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	Δ1	Δ2	Δ3	Δ4	Δ5	T_i	T_i^2
Αϊγιωργίτικο	89	70	89	88	80	416	173.056
Μοσχοφίλερο	91	85	99	90	91	456	207.936
Σαββατιανό	81	75	81	82	81	400	160.000
Ροδίτης	92	87	89	91	92	451	203.401
T_j	353	317	358	351	344	T^2 =2.968.729	
T_j^2	124.609	100.489	128.164	123.201	118.336	$\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5} x_{ij}^2 = 149305$	

Θέμα 5° (5 Μονάδες) Είναι γνωστό στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία ότι η άνοδος του ΑΕΠ συνδ θετικά με το επίπεδο εκπαίδευσης εκπεφρασμένο ως ποσοστό κατόχων πτυχίου ΑΕΙ στο σύνολο του πληθυ Για να ελέγξει αν ισχύει αυτό στην Ελλάδα, ένας φοιτητής Στατιστικής συνέλεξε τα ακόλουθα στοιχεία γ δεκαπενταετία 1991 – 2005:

Αύξηση ΑΕΠ	1,50	1,31	1,80	2,00	2,50	1,88	2,10	3,70	3,06	3,50	2,30	3,10	3,92	3,62
% πτυχιούχων	35,0	35,5	36,0	36,5	37,0	37,5	38,0	38,5	39,0	39,5	40,0	40,5	41,0	41,5

$\sum_{i=1}^{15} X_i^2 = 22.303,75$, $\sum_{i=1}^{15} Y_i^2 = 121,55$ $\sum_{i=1}^{15} X_iY_i = 1.583,71$, $\sum_{i=1}^{15} Y_i = 40,47$, $\sum_{i=1}^{15} X_i = 577,5$.

Επιβεβαιώστε ότι υπάρχει σχέση μεταξύ αύξησης ΑΕΠ και ποσοστού πτυχιούχων ΑΕΙ με τον κατ στατιστικό έλεγχο (με α=0,05) και υπολογίστε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη προβλεπόμενη ΑΕΠ το 2025, αν υποθέσουμε ότι το ποσοστό πτυχιούχων ΑΕΙ θα είναι τότε 50%.

δονται: G(0,25) = 0,5987, G(0,50) = 0,6915 G(1) = 0,8413, G(1,0364)=0.85, G(1,28) = 0,90, G(1.6 1,96)=0,975, G(2)=0,9772, $t_{8,\ 0,025}$ =2,306, $t_{24,\ 0,05}$=1,711, $t_{13,\ 0,05}$=1,771, $t_{13,\ 0,025}$=2,16, $t_{15,\ 0,025}$=2,131, $t_{21,}$ $_{2,\ 0,025}$=3,49, $f^U_{4,12,\ 0,05}$=3,259, $f^U_{21,22,\ 0,025}$=2,373, και $f^U_{4,15,\ 0,05}$=3,056, $\chi^2_{189,0,975} = 152,82$, ,20, $\chi^2_{189,0,05} = 222,08$, $\chi^2_{189,0,025} = 228,96$.

<u>ΨΕΤΕ ΤΡΙΑ ΑΠΟ ΤΑ ΠΕΝΤΕ ΘΕΜΑΤΑ. Επιστρέψτε υ=τα θέματα με το γραπτό.</u>

... το επίπεδο σημαντικότητας α, και δεν δίδεται, θεωρείστε ότι α=0,05. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙ