

**Θέμα 1.**

(α) (βαθμοί 1,5) Δίνονται στοιχεία τιμών ( $p$ ) και ποσοτήτων ( $q$ ) 3 προϊόντων που πουλήθηκαν κατά τα έτη 2015 και 2013.

Προϊόν	$p_{2015}$	$p_{2013}$	$q_{2015}$
A	1	2	5
B	2	4	10
Γ	3	5	2

Να υπολογιστεί η απομνημονευμένη (πραγματική) αξία των προϊόντων αυτών κατά το 2015 σε τιμές 2013.  
Να υπολογιστεί η μεταβολή της αγοραστικής δύναμης του χρήματος ως προς την ομάδα αυτών των προϊόντων για το 2015 έναντι του 2013.

(β) (βαθμοί 2) Οι αφίξεις των ασθενοφόρων, ανά ώρα, στα τειείγοντα ενός νοσοκομείου  $N_1$  και ενός νοσοκομείου  $N_2$  περιγράφονται από μία κατανομή Poisson με παραμέτρους  $\lambda_1=1, \lambda_2=2$ , αντίστοιχα. (i) Υπολογίστε την πιθανότητα να συμβεί σε μία ώρα, τουλάχιστον μία άφιξη στο  $N_1$ . (ii) Αν οι αφίξεις στα δύο νοσοκομεία είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους ποιά είναι η πιθανότητα σε μία ώρα να συμβεί μία άφιξη στο  $N_1$  και καμία άφιξη στο  $N_2$ ; (iii) Σε ποιά από τα δύο νοσοκομεία συμβαίνουν οι περισσότερες, κατά μέσο όρο αφίξεις ανά ώρα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(γ) (βαθμός 1,5). Έστω  $X, Y$  τ.μ. με πεδίο τιμών το σύνολο  $[0,1]$  και από κοινού ο.π.  $p(0,0) = p(0,1) = p(1,0) = p(1,1) = 1/4$ . Έστω  $Z = X + Y$ . Υπολογίστε i)  $P(Z=1 | X=0)$ , ii)  $P(Z=2 | X=0)$  iii)  $E(ZX)$ .

**Θέμα 2.**

(α) (βαθμοί 1,5) Στον πίνακα δίδεται η κατανομή 20 λογαριασμών της εταιρείας 'ΡΟΤΕ', ανάλογα με την μηνιαία χρέωση τους ( $X$ ) σε Ευρώ.

Ευρώ	Αριθμός λογαριασμών
30 - < 50	2
50 - 70	5
70 - 90	8
90 - 110	3
110 - 130	2

i) Να βρεθεί και να ερμηνευθεί το 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο της κατανομής ii) Με την βοήθεια κάποιου γραφήματος (π.χ. ιστόγραμμα) μπορείτε να αποφανθείτε για το είδος της ασυμμετρίας (αν υπάρχει) της κατανομής. iii) Αν η χρέωση αυξηθεί κατά 10% συν πέντε Ευρώ, πώς η καινούργια χρέωση ( $Y$ ) επηρεάζει το μέσο όρο και την τυπική απόκλιση των αρχικών χρεώσεων (χωρίς να τα υπολογίσετε). Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(β) (βαθμοί 2,5) Κάθε χρήστης μιας πλατφόρμας ηλεκτρονικής μάθησης (e-learning) πρέπει να επιλέξει ένα τριψήφιο κωδικό πρόσβασης ο οποίος επιλέγεται από ένα σύνολο δύο γραμμάτων και τριών αριθμών (A,B,1,2,3). (i) Αν υποθέσει ότι τα στοιχεία επιλέγονται τυχαία, με επανάθεση, βρείτε την πιθανότητα ο κωδικός να περιέχει ακριβώς 1 γράμμα. (ii) Το ίδιο ερώτημα χωρίς επανάθεση (iii) Αν ένας χρήστης επιλέγει τριψήφιους κωδικούς (χωρίς επανάθεση), μέχρι να πετύχει κωδικό με ακριβώς ένα γράμμα ποιά είναι η πιθανότητα αυτό να γίνει για πρώτη φορά στην 4<sup>η</sup> προσπάθεια; υποδείξη: χρησιμοποιήστε την απάντηση στο ερώτημα ii).

(γ) (βαθμός 1). Οι υπουργοί Οικονομικών των 27 χωρών της ΕΕ συναντώνται στις Βρυξέλλες. Στην αίθουσα συνεδριάσεων χαιρετώνται μεταξύ τους δια χειραψίας. Ποιος είναι ο αριθμός των μεταξύ τους διακριτών χειραψιών; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**Θέμα 3.**

(α) (βαθμοί 2) Στο guichet (γκισέ) μίας δημόσιας υπηρεσίας διατίθενται τρεις τύποι αιτήσεων  $A_1, A_2$  και  $A_3$  η ζήτηση των οποίων ανέρχεται σε ποσοστά 50%, 30% και 20%, αντίστοιχα. Υποθέτουμε ότι η πιθανότητα να γίνει δεκτή ( $\Delta$ ) η  $A_1$  είναι 0,20, η  $A_2$  0,10 και η  $A_3$  0,10. Υπολογίστε: (i) την πιθανότητα μία τυχαία επιλεγμένη αίτηση να γίνει δεκτή. (ii) μία αίτηση γίνει δεκτή ποιά είναι η πιθανότητα να είναι η  $A_1$ .

(β) (βαθμοί 1,5). Ο αριθμός των κρουσμάτων COVID-19 σε μία πόλη αυξήθηκε το τελευταίο εξάμηνο κατά 8%. Υπολογιστεί η μέση μηνιαία αύξηση των κρουσμάτων για την περίοδο αυτή.

(γ) (βαθμός 1,5) Ένα νόμισμα έχει πιθανότητα  $p$  να φέρει Κ. Ένας παρατηρητής αναρριπτεί το νόμισμα 6 φορές παρατηρείται η ακολουθία Γ Γ Γ Γ Γ Κ. Η ακολουθία είναι δυνατόν να ερμηνευθεί ως αποτέλεσμα 1 πειραμάτων τα οποία συνδέονται με δύο διαφορετικές κατανομές. Ποιά πείραμα θα μπορούσε να έχει μυαλό του ο παρατηρητής. Ποιές είναι οι δύο κατανομές;

Δίδονται:  $e^{-1}=0,3679, e^{-2}=0,135$  και  $e^{-3}=0,050, e^{-4}=0,0183, \ln(1,0129)=0,0128$  και  $\ln(1,08)=0,0770$   
 Να γράψετε 2 από τα 3 θέματα. Μπορείτε να φύγετε - χωρίς τα θέματα - στις 6:30μμ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ