

ΘΕΜΑ 1°

α) (βαθμός 2) Στην κοπή της Πρωτοχρονιάτικης πίτας μιας εταιρίας παρορισιοισται δέκα άτομα. Η πίτα είναι κομμένη σε δέκα πανομοιότυπα κομμάτια (όσα και οι παρόντες) και το ένα από αυτά περιέχει μία χρυσή λίρα. Τα κομμάτια επιλέγονται τυχαία ένα προς ένα και μοιράζονται στους παρευρισκόμενους. Βρείτε την πιθανότητα α) το 2° κομμάτι να περιέχει τη χρυσή λίρα β) το 5° κομμάτι να περιέχει τη χρυσή λίρα. Τι παρατηρείτε;

β) (βαθμός 1,5). Ο αριθμός των εισερχομένων κλήσεων, ανά λεπτό, σε δύο τηλεφωνικά κέντρα K_1 και K_2 περιγράφονται από μία κατανομή Poisson με παραμέτρους $\lambda_1=1, \lambda_2=2$, αντίστοιχα. (i) Υπολογίστε την πιθανότητα σε ένα λεπτό, να μην εισέλθει κλήση στο K_1 (ii) αν οι κλήσεις στα δύο κέντρα είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους ποια είναι η πιθανότητα σε ένα λεπτό να εισέλθει μία κλήση στο K_1 και καμία στο K_2 ; (iii) Σε ποιο από τα δύο κέντρα συμβαίνουν οι περισσότερες, κατά μέσο όρο, κλήσεις ανά λεπτό; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

γ) (βαθμός 1,5). Οι ώρες πτήσεων (X) ανά μήνα των πιλότων σε μία αεροπορική εταιρία ακολουθούν μία συμμετρική κατανομή με $\bar{X} = 75$ ώρες. Γνωρίζουμε ότι κάτω από 65 ώρες και πάνω από 85 ώρες πετάει συνολικά το 4,55% των πιλότων. Αν με νέα απόφαση της εταιρίας οι μηνιαίες ώρες πτήσης μειωθούν κατά 20% αλλά δοθούν και επιπλέον 10 ώρες σε επιλεγμένους προορισμούς βρείτε τον συντελεστή μεταβλητότητας των νέων ωρών πτήσης (Y).

ΘΕΜΑ 2°. (α) (βαθμός 1,5) Ένα καπέλλο περιέχει δύο πανομοιότυπα νομίσματα. Το ένα 'δίκαιο' ($D, P(K)=1/2$), και το άλλο 'μεροληπτικό' ($M, P(K)=1/4$). Επιλέγουμε στην τύχη ένα νόμισμα και το αναρρίπτουμε μέχρι να εμφανιστεί 'Κ'. Αν X είναι ο απαιτούμενος αριθμός των προσπαθειών μέχρι να εμφανιστεί 'Κ' υπολογίστε την $P(X=3)$.

(β) (βαθμός 2). Στο προηγούμενο ερώτημα επιλέγουμε στη τύχη ένα νόμισμα το αναρρίπτουμε δύο φορές και παρατηρούμε 'ΚΚ'. Δοθείσης αυτής της πληροφορίας υπολογίστε την πιθανότητα να ήταν το 'Δ' νόμισμα.

γ) (βαθμός 1,5) (i) Στα επόμενα δύο παραδείγματα αποφανθείτε αν η κατανομή έχει δεξιά λοξότητα (right-skewed) ή αριστερή λοξότητα (left-skewed). Μονολεκτικές απαντήσεις, χωρίς εξήγηση, δεν γίνονται αποδεκτές. α) η κατανομή των βαθμών σε ένα διαγώνισμα που οι περισσότεροι μαθητές είναι αριστούχοι β) οι μισθοί σε ένα οργανισμό.

(ii) Δίδεται (στον παράπλευρο πίνακα) η κατανομή των μηνιαίων τηλεφωνικών λογαριασμών 20 νοικοκυριών σε Ευρώ. Να υπολογιστεί και να ερμηνευθεί η διάμεσος (M).

Δαπάνες	Αριθμός νοικοκυριών
20 - 40	7
40 - 60	2
60 - 80	5
80 - 100	6

ΘΕΜΑ 3°

α) (βαθμός 1,5) Οι υπουργοί Εξωτερικών των 27 χωρών της ΕΕ συναντώνται στις Βρυξέλλες. Στην αίθουσα συνεδριάσεων χαιρετώνται μεταξύ τους δια χειραψίας. Υπολογίστε τον αριθμό των μεταξύ τους διακριτών χειραψιών.

β) (βαθμοί 2)

$X \setminus Y$	1	4	9
5	0,2	0	0
10	0	0,3	0,5

(i) Να βρεθούν οι δεσμευμένες πιθανότητες $P(X = 10 | Y = 4)$ και $P(Y = 4 | X = 10)$.

(ii) Να βρεθεί η $E(X - \sqrt{Y})$.

γ) (βαθμός 1,5) Δίδονται η συνολική αξία τριών προϊόντων το 2000 ίση με 400 εκατ. δραχμές, ο αριθμοδείκτης μεταβολής της αξίας από το 1990 έως το 2000 ίσος με 1,25 και ο δείκτης μεταβολής των τιμών (του Paasche) από το 1990 στο 2000 ίσος με 1,60. Υπολογίστε τον δείκτη μεταβολής του όγκου (του Laspeyres) από το 1990 στο 2000.